

Лекция 4

Измерение искажений ВФ в адаптивной оптике

Содержание

1	Измерение локальных наклонов ВФ	1
1.1	ДВФ в структуре АОС	1
1.2	Требования к ДВФ в астрономии	1
2	Потенциальная точность измерения	2
3	Сдвиговые интерферометры	3
3.1	Классификация	3
3.2	Интерферометры ПС	3
3.3	Интерферометр ПС на решетках	4
3.4	Совмещение решеток	5
4	Задания по Лекции 4	7
5	Вопросы по Лекции 4	7

1 Измерение локальных наклонов ВФ

1.1 ДВФ в структуре АОС

Место датчика волнового фронта (ДВФ) в структуре адаптивной оптической системы (АОС, рис.1): измерение (ДВФ) \rightarrow обработка (устр-во управления) \rightarrow коррекция (Адаптивное Зеркало) [1].

Принципиальное отличие ДВФ в АО — отсутствие опорного пучка, поэтому возможно измерение лишь относительной разности фаз двух участков ВФ: измерение локальных наклонов ВФ, или компонент градиента фазового профиля: $\left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\}$.

1.2 Требования к ДВФ в астрономии

Задача измерения искажений волнового фронта часто встречается в оптике (например, при изготовлении и испытании зеркал для телескопов), и обычно решается с помощью интерферометров. Почему бы не использовать стандартные лазерные интерферометры в датчиках волнового фронта (WFS) для адаптивной оптики?

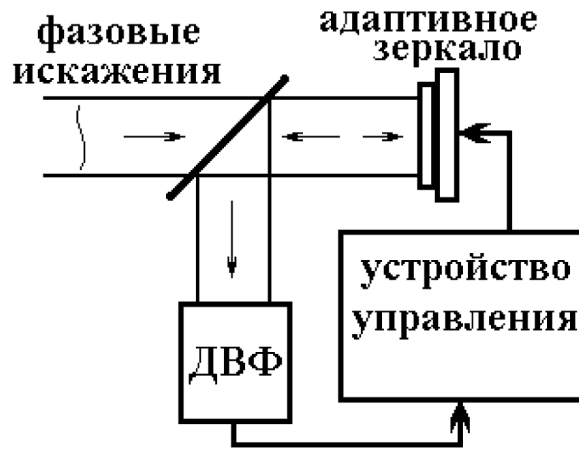


Рис. 1: Структура АОС

1. Система АО должна использовать свет звезд, проходящий сквозь турбулентную атмосферу, чтобы измерять ВФ, и следовательно, использовать некогерентные (а часто и неточечные) источники [2]. Даже лазерные опорные звезды недостаточно когерентны, чтобы работать в обычных интерферометрах. **ДВФ должны работать с некогерентными источниками** белого света.
2. Интерференционные узоры хроматичны. Мы не можем позволить пропускать свет звезд через фильтр, так как мы хотим использовать слабые звезды. **ДВФ должны очень эффективно использовать фотоны.**
3. В-третьих, интерферометры определяют фазу с неопределенностью в 2π , в то время как атмосферные искажения фазы обычно превосходят 2π . **ДВФ должны обладать линейностью** во всем диапазоне атмосферных искажений. Существуют алгоритмы для "развертывания" фазы, позволяющие устранить эту неопределенность, но они работают медленно, а атмосферная турбулентность изменяется быстро, с характерным временем в миллисекунды: **ДВФ должны быть быстрыми.**

2 Потенциальная чувствительность измерения локальных наклонов ВФ

Рассмотрим задачу об измерении угла прихода одного фотона в квазиклассическом представлении [3]: точность определяется величиной угла дифракции на измерительной апертуре D (p_x, p_y — компоненты импульса p , z — направление движения фотона, x, y — координаты в плоскости измерительной апертуры, c — скорость света, ν, λ — частота и длина волны фотона):

$$Dp_y \geq h, \quad p_y = p \sin \alpha \approx \alpha p = \alpha \frac{h\nu}{c}, \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx \sigma_\alpha \geq \frac{\lambda}{D}. \quad (1)$$

Повысить точность измерения можно, усредняя информацию, полученную от большого числа N фотонов:

$$\sigma_\alpha(N) \cong \frac{\lambda}{D} \frac{1}{\sqrt{N}} \quad N = \frac{IS\tau}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad \sigma_\alpha(N) \cong \frac{\lambda}{D} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS\tau}}. \quad (2)$$

здесь I — интенсивность светового пучка, S — площадь апертуры, τ — время измерения, ε — энергия одного фотона. Для вычисления профиля фазы полная апертура системы разбивается на M субапертур, при этом $S_M = S/M$ и $D_M = D/\sqrt{M}$, в результате ошибка измерения локального наклона на одной субапертуре равна:

$$\sigma_\alpha(N/M) = \frac{\lambda}{D_M} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS_M\tau}} = M \frac{\lambda}{D} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS\tau}} = M\sigma_\alpha(N). \quad (3)$$

Т.о. — невозможно одновременно **увеличивать точность измерений** (уменьшать σ_α) и **повышать пространственное разрешение** (увеличивать число субапертур).

Вопрос: а сколько M нужно? Качественная оценка снизу:

$$M \approx \left(\frac{D}{r_0}\right)^2, \quad (4)$$

где r_0 — характерный размер неоднородностей ВФ, например, для турбулентной атмосферы — фридовский радиус.

3 Сдвиговые интерферометры

3.1 Классификация

По принципу:

- радиальный сдвиг;
- поперечный сдвиг.

По конструкции:

- вращающиеся дифракц. Решетки;
- Плоско-параллельные пластинки;
- Двулучепреломляющие кристаллы.

3.2 Интерферометры поперечного сдвига (ПС)

Интенсивность в области перекрытия интерферирующих пучков (рис.2):

$$I(x) = (I_0/2)\{1 + \gamma \cos [\varphi(x+s) - \varphi(x) + \varphi_0]\}. \quad (5)$$

Если $\varphi_0 \cong \pi/2$, и фаза φ незначительно изменяется на длине сдвига s то:

$$\begin{aligned} \varphi(x+s) - \varphi(x) &\cong \frac{\partial \varphi}{\partial x} s = k\alpha_x s, \\ I(x) &= (I_0/2)\{1 + \gamma \sin [\Delta\varphi]\} \cong (I_0/2)\{1 + \gamma k\alpha_x s\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, α_x — компонента локального наклона ВФ. При $\Delta\varphi < 1 \Rightarrow \gamma k\alpha_x s \ll 1$ — малый контраст интерференционной картины.

3.3 Интерферометр ПС на решетках Ронки

Пусть комплексная амплитуда поля в плоскости входного зрачка (рис.3):

$$A(\mathbf{r}) = A_0(\mathbf{r}) \exp [j\varphi(\mathbf{r})] \quad (7)$$

Поле в фокальной плоскости первой линзы (F — фокусное расстояние линзы) перед решеткой:

$$A_F^{(-)}(\mathbf{r}') = \int A(\mathbf{r}) \exp [jk \frac{(\mathbf{r}\mathbf{r}')}{F}] d^2\mathbf{r}. \quad (8)$$

Поле за решеткой Ронки (рис.4) с коэффициентом пропускания $T(x')$:

$$A_F^{(+)}(\mathbf{r}') = A_F^{(-)}(\mathbf{r}')T(x'). \quad (9)$$

Поле в плоскости изображения (фокусные расстояния линз одинаковые):

$$\tilde{A}(\mathbf{r}'') = \int A_F^{(+)}(\mathbf{r}') \exp [-jk \frac{(\mathbf{r}'\mathbf{r}'')}{F}] d^2\mathbf{r}'. \quad (10)$$

Т.к. $T(x')$ — периодическая функция, представим его в виде ряда Фурье:

$$\begin{cases} T(x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \exp (jK_0 n x'), & K_0 = 2\pi/\Lambda, \\ T_n = (2/\Lambda) \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} T(x') \exp (-jK_0 n x') dx'. \end{cases} \quad (11)$$

Можно показать (задание для студентов):

$$\begin{cases} \tilde{A}(\mathbf{r}'') = \left(\frac{2\pi F}{k}\right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \exp (-jn\omega_0 t) A(-x'' + n\Delta, -y''), \\ \Delta = \frac{\lambda F}{\Lambda}, \quad \omega_0 = K_0 v, \end{cases} \quad (12)$$

где v — линейная скорость решетки относительно фокального пятна.

Для амплитудной решетки Ронки (рис.4):

$$T_0 = 1/2, \quad T_n = \sin(\pi n/2), \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (13)$$

При анализе сигнала фотоприемника в поле $\tilde{A}(\mathbf{r}'')$ — (12) — можно учитывать только члены с $n = 0, n = -1$, и $n = +1$ (почему? — задание для студентов):

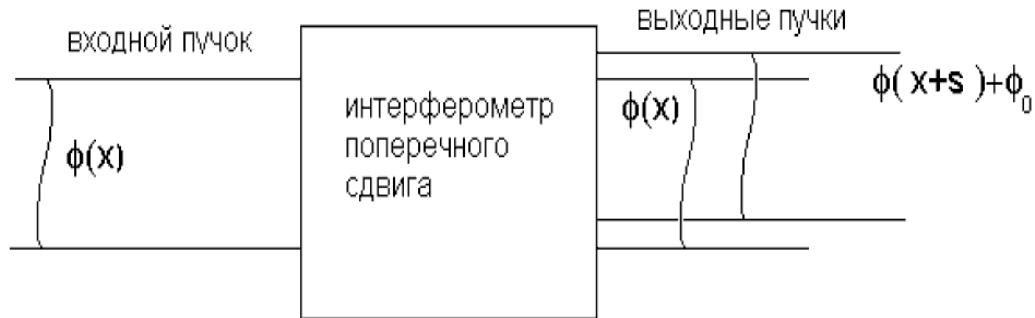


Рис. 2: Принцип действия интерферометра поперечного сдвига

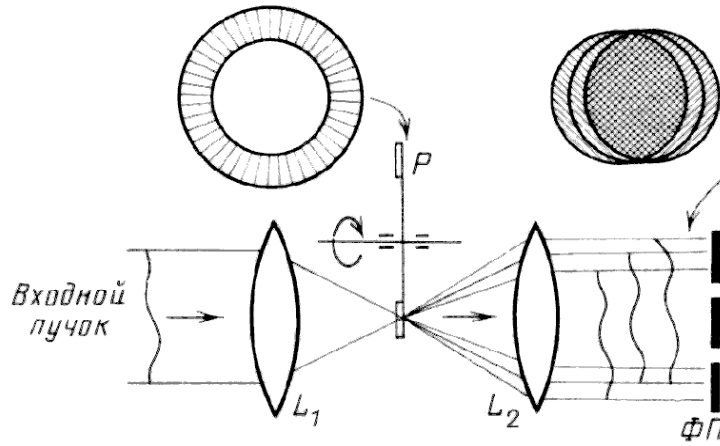


Рис. 3: Интерферометр поперечного сдвига на вращающихся дифракционных решетках

$$\begin{aligned} \tilde{A} \approx & (1/2)A_0(\mathbf{r}) \exp[j\omega t + j\varphi(\mathbf{r})] \\ & + (1/\pi)A_0(x + \Delta, y) \exp[j(\omega - \omega_0)t + j\varphi(x + \Delta, y)] \\ & + (1/\pi)A_0(x - \Delta, y) \exp[j(\omega + \omega_0)t + j\varphi(x - \Delta, y)]. \end{aligned} \quad (14)$$

Для интенсивности $\tilde{A}\tilde{A}^*/2$ получим, разлагая функцию $\varphi(x \pm \Delta, y)$ в ряд Тейлора:

$$I_0 \approx (A_0^2/\pi) \cos[\omega_0 t - \Delta(\partial\varphi/\partial x)], \quad \Delta = \lambda F/\Lambda. \quad (15)$$

Т.о. фаза сигнала на фотоприемнике пропорциональна измеряемой компоненте градиента ВФ. Для измерения $\partial\varphi/\partial y$ необходима еще одна оптическая схема.

3.4 Гетеродинный интерферометр с совмещенными решетками

Требования к совмещенным дифракционным решеткам [5]:

1. Одновременная дифракция в двух ортогональных направлениях;
2. Гетеродинирование для x - и y -направлений должно осуществляться на разных частотах: ω_x и ω_y (разное число полос);

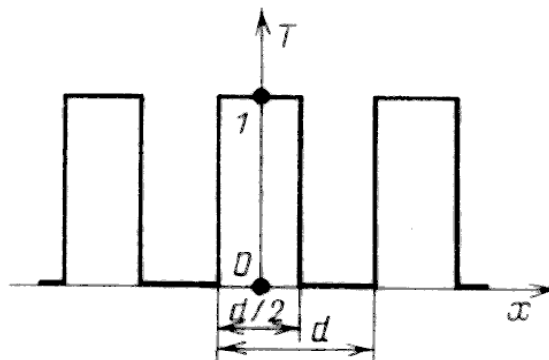


Рис. 4: Амплитудная решетка Ронки

3. Одинаковый пространственный период для x - и y -направлений (т.е. одинаковая чувствительность к наклонам ВФ);
4. Решетки должны быть радиальными: расстояние между линиями должно линейно меняться с радиусом (для подстройки частотного и/или пространственного сдвига);
5. Для удобства изготовления решетка должна быть бинарной.

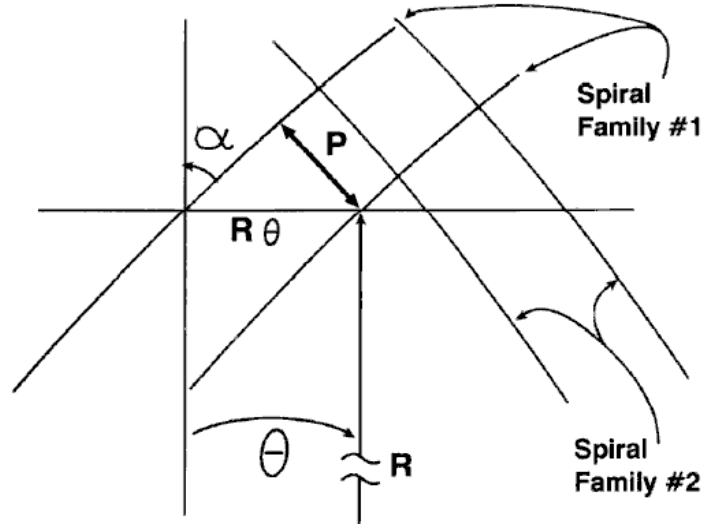


Рис. 5: Детали параметров логарифмических спиралей

Логарифмическая спираль (рис.5):

$$r = Re^{k\vartheta}. \quad (16)$$

R – опорный радиус при $\vartheta = 0$. Свойство логарифмической спирали: ее линии пересекают радиальные линии под постоянным углом:

$$\operatorname{ctg}(\alpha) = \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \vartheta} = \frac{kRe^{k\vartheta}}{r} = k, \quad (k \text{ — параметр спирали}). \quad (17)$$

Два "семейства" спиралей ($N_{1,2}$ — количество спиралей в каждом семействе):

$$r_n = Re^{k(\vartheta + n\Theta_{1,2})}, \quad n = 1, 2, \dots, N_{1,2}; \quad \Theta_{1,2} = 2\pi/N_{1,2}. \quad (18)$$

Дифракционный период решетки:

$$P_{1,2} = R\Theta_{1,2} \cos \alpha_{1,2}. \quad (19)$$

Линии второго семейства спиралей должны быть ортогональны первому:

$$k_2 = \operatorname{ctg}(\alpha_2) = \frac{-1}{\operatorname{ctg}(\alpha_1)} = \frac{-1}{k_1}. \quad (20)$$

Из равенства дифракционных периодов двух семейств (19):

$$R\Theta_1 \cos \alpha_1 = R\Theta_2 \cos \alpha_2 \quad (21)$$

Из (18) и (21):

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (22)$$

Из условий ортогональности (см. рис.5): $\cos \alpha_2 = \cos(\pi/2 - \alpha_1) = \sin \alpha_1$, тогда из (23):

$$k_1 = \operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} = \frac{N_1}{N_2}; \quad \text{и} \quad k_2 = -\frac{N_2}{N_1}. \quad (23)$$

Т.о., все параметры спиралей определены.

4 Задания по Лекции 4

1. Вывести формулу (12). Использовать представление δ -функции:
 $\int \exp[j(k - k_0)x]dx = 2\pi\delta(k - k_0)$.
2. Вывести формулу (14). Учесть возможность частотной фильтрации сигнала на выходе фотоприемника.
3. Покажите, что величина фазового сдвига в формуле (15) ахроматична, т.е. не зависит от длины волны λ .
4. Оцените необходимую точность изготовления решетки Ронки, исходя из допустимого уровня «четных» гармоник.

5 Вопросы по Лекции 4

1. Специфика измерения искажений ВФ в адаптивной оптике. Принципы работы основных типов ДВФ.
2. Принципиальные ограничения точности измерения ВФ: дробовой шум фотонов.
3. Интерферометры поперечного сдвига: основные соотношения.
4. Гетеродинный интерферометр поперечного сдвига на вращающихся дифракционных решетках: принцип действия, параметры.
5. Гетеродинный интерферометр с совмещенными решетками.

Список литературы

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики, М.: Наука, 1985, 288 с.
2. А.В. Токовинин. Учебное пособие по адаптивной оптике обсерватории Серро Тололо, <http://www.astronet.ru/db/msg/1205112/intro.html>

3. Корябин А.В., В. И. Шмальгаузен В.И. Методы регистрации волнового фронта в адаптивных системах, Сб. "Управление пространственной структурой оптического излучения Т.2.: "Волновой фронт оптического излучения: управление и регистрация М.:ВИНИТИ, 1991. - с.56-89.
4. Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В. И. Управляемые оптические системы, М.: Наука, 1988, 272 с.
5. Horwitz V. A. Multiplex techniques for real-time shearing interferometry. Optical Engineering, 29(10), pp.1223-1232 (1990)