Лекция 3
Некогерентные системы

Содержание

1 Преобразование интенсивности в некогерентной системе (НКС)

1.1 Модель некогерентного освещения

Пусть поле, освещающее объект $U_0(\rho)$, является случайным и описывается корреляционной функцией:

$$\langle U_0(\rho) U_0^*(\rho')\rangle = B(\rho, \rho'). \tag{1}$$

Будем считать:

$$B(\rho, \rho') = I_0(\tfrac{\rho+\rho'}{2}) K(\rho - \rho'). \tag{2}$$

Пусть интенсивность I_0 изменяется плавно по сравнению с ф-цией корерентности $K(\zeta)$, например $I_0 = const$. Предельный случай — полностью некогерентное освещение:

$$K(\zeta) = \delta(\zeta). \tag{3}$$

На самом деле это невозможно, ф-ция $K(\zeta)$ всегда имеет конечную ширину, минимальное значение которой $\sim \lambda$. (Почему?)

1.2 Интенсивность в изопланатической некогерентной системе

Пусть входное поле

$$U_1(\rho) = U_1(\rho)t(\rho), \tag{4}$$

где $t(\rho)$ — характеристика объекта, например, пропускание транспаранта. Для изопланатической системы

$$\begin{array}{l} U_2(\rho) = \int U_0(\rho')t(\rho')h(\rho-\rho')d^2\rho', \\ U_2^*(\rho) = \int U_0^*(\rho'')t(\rho'')h(\rho-\rho'')d^2\rho''. \end{array} \tag{5}$$

перемножим и усредним:

$$I_2(\rho) = \langle U_2U_2^* \rangle = \int \langle U_1(\rho')U_1^*(\rho'')\rangle h(\rho-\rho')h^*(\rho-\rho'')d^2\rho' d^2\rho''. \tag{6}$$

Это выражение пригодно для описания частично когерентного освещения. В случае полного отсутствия когерентности с учетом (3) получим:

$$I_2(\rho) = \int I_1(\rho)\mathfrak{R}(\rho-\rho')d^2\rho'. \tag{7}$$

где $I_1(\rho) = I_0(\rho)|t(\rho)|^2$— интенсивность на входе системы, и

$$\mathfrak{R}(\zeta) = |h(\zeta)|^2. \tag{8}$$

2 Оптическая передаточная функция

2.1 Определение ОПФ

Если преобразовать (7) по Фурье, получим:

$$\mathbf{I}_2(\varkappa) = \mathbf{I}_1(\varkappa)\mathbf{G}(\varkappa), \tag{9}$$

где $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2$ — спектры распределений интенсивностей на входе и выходе соответственно, $\mathbf{G}(\varkappa)$ — оптическая передаточная функция (ОПФ) системы. Нормированную функцию $\bar{\mathbf{G}}(\varkappa) = \mathbf{G}(\varkappa)/\mathbf{G}(0)$ называют еще частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ).

2.2 Связь с когерентными системами

Выразим ОПФ через передаточную ф-цию когерентной системы:

$$\mathbf{G}(\varkappa) = \mathfrak{F}(\mathfrak{R}(\zeta)) = \mathfrak{F}(h(\zeta)h^*(\zeta)).$$

По определению (см.Лекцию №2)

$$\mathfrak{F}(h(\zeta)) = \mathbf{H}(\varkappa),$$

откуда

$$\mathfrak{F}(h^*(\zeta)) = \mathbf{H}^*(-\varkappa);$$

далее используя теорему свертки, получим:

$$\begin{array}{l} \mathbf{G}(\varkappa) = \int \mathbf{H}(\varkappa' - \varkappa)\mathbf{H}(\varkappa')d^2\varkappa' \\ \quad \text{или} \\ \mathbf{G}(\varkappa) = \int \mathbf{H}(\varkappa' + \frac{\varkappa}{2})\mathbf{H}(\varkappa' - \frac{\varkappa}{2})d^2\varkappa'. \end{array} \tag{10}$$

(вторая симметричная форма получается заменой переменных). Так как $\mathbf{H}(\varkappa) = R(z\frac{\varkappa}{k})$, то

$$\mathbf{G}(\varkappa) = \int R(\rho_1)R(\rho_2)d^2\varkappa' \tag{11}$$

где $\rho_{1,2} = \frac{z}{k}\left(\varkappa' \pm \frac{\varkappa}{2}\right)$. Формула (11) выражает $\mathbf{G}(\varkappa)$ для системы без аберраций через функцию зрачка $R(\rho)$. Для круглого зрачка радиуса a

$$\mathbf{G}(0) = \pi a^2 \frac{k^2}{z^2}, \quad \mathbf{G}(\varkappa) \leq \mathbf{G}(0). \tag{12}$$

2.3 ЧКХ круглой линзы

Для круглой линзы (см. рис.1):

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{G}}(\eta) = L(\eta) = \frac{2}{\pi}[\arccos(\eta) - \eta\sqrt{1-\eta^2}] \\ \eta = \frac{\varkappa}{2\varkappa_0}, \quad \varkappa_0 = \frac{ka}{z}. \end{cases} \tag{13}$$

(выводится геометрически – упражнение для студентов).

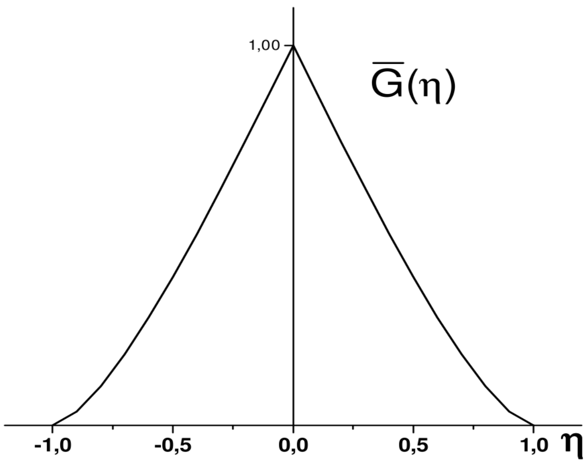

Рис. 1: ЧКХ круглой линзы

3 Фазовые аберрации и ОПФ

3.1 ОПФ в системе с аберрациями

В присутствии аберраций

$$R(\rho) \to \tilde{R}(\rho) = R(\rho)e^{j\varphi(\rho)},$$
$$G(\varkappa) = \int R(\rho_1)R(\rho_2)e^{j[\varphi(\rho_1)-\varphi(\rho_2)]}d^2\varkappa'. \qquad (14)$$

Заметим, что всегда

$$G(\varkappa) \leq G_{diff}(\varkappa),$$

где $G_{diff}(\varkappa)$ — ЧКХ системы без аберраций ($\varphi = 0$) — рис.2.

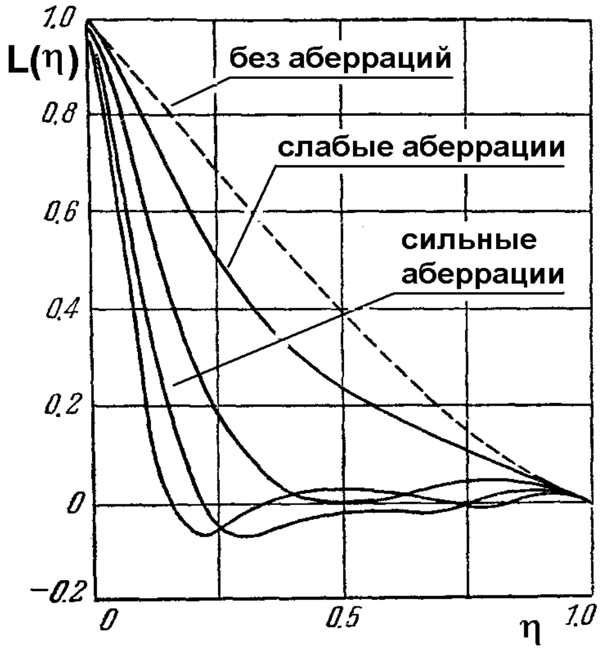

Рис. 2: ЧКХ при низших аберрациях

3.2 Измерение фазовых искажений

Для расчета ОПФ в системе с аберрациями необходимо измерить фазовые искажения $\varphi(\rho)$. Для устранения аберраций в адаптивной системе — необходимо измерять $\varphi(\rho)$ в реальном времени (см. Лекция 1, рис.1).

3.3 Число Штреля

Определение:

$$R_S = \frac{I}{I_0}, \qquad (15)$$

I — интенсивность в фокусе оптической системы (на оси) при когерентном освещении, I_0 то же в идеальной системе без аберраций.

Из принципа Гюйгенса-Френеля:

$$U(\varphi) = C\int U(\rho_1)e^{j\varphi(\rho_1)}d^2\rho_1$$
$$I = C^2\int\int R(\rho_1)R(\rho_2)\exp j[\varphi(\rho_1)-\varphi(\rho_2)]d^2\rho_1 d^2\rho_2, \qquad (16)$$
$$I_0 = C^2S^2, \quad (S = \pi a^2).$$

$$R_S = \frac{1}{S^2} \int\int R(\rho_1) R(\rho_2) \exp j[\varphi(\rho_1) - \varphi(\rho_2)] d^2\rho_1 d^2\rho_2. \tag{17}$$

4 Задания по Лекции 3

1. Вывести формулу (13).
2. Выразить фактор Штреля через ОПФ системы и объяснить результат.

Список литературы

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики, М.: Наука, 1985, 288 с.
2. А.В. Токовинин. Учебное пособие по адаптивной оптике обсерватории Сьерро Тололо, `http://www.astronet.ru/db/msg/1205112/intro.html`
3. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику, М: Мир, 1970.